

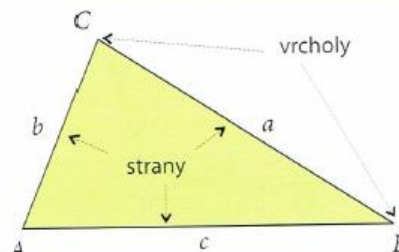
# TROJÚHELNÍKY A JEJICH VLASTNOSTI

## Trojúhelník

**TROJÚHELNÍK** je mnohoúhelník, jednoznačně určený třemi různými body, jež neleží v jedné přímce.

Trojúhelník popisujeme pomocí vrcholů trojúhelníku (proti směru hodinových ručiček) a symbolu  $\triangle$ .

$\triangle ABC$

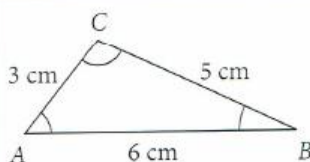


Strany v trojúhelníku označujeme malými písmeny, stejnými jako protější vrcholy.

V každém trojúhelníku je součet délek libovolných dvou stran větší než délka strany třetí. Těto vlastnosti říkáme **TROJÚHELNÍKOVÁ NEROVNOST**.

V trojúhelníku se stranami  $a, b, c$  platí:

$$\begin{aligned} a + b &> c \\ a + c &> b \\ b + c &> a \end{aligned}$$



- Pomocí trojúhelníkové nerovnosti lze snadno zjistit, zda tři úsečky o délkách  $a, b, c$  mohou být stranami trojúhelníku.

$a = 3 \text{ cm}$   
 $b = 5 \text{ cm}$   
 $c = 6 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} 3 + 5 &> 6 \\ 3 + 6 &> 5 \\ 5 + 6 &> 3 \end{aligned}$$

$a = 12 \text{ cm}$   
 $b = 4 \text{ cm}$   
 $c = 2 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} 12 + 4 &> 2 \\ 12 + 2 &> 4 \\ 4 + 2 &\not> 12 \end{aligned}$$

Úsečky  $a, b, c$  mohou být stranami trojúhelníku.

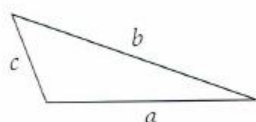
Úsečky  $a, b, c$  nemohou být stranami trojúhelníku.



## Rozdělení trojúhelníků podle délek stran

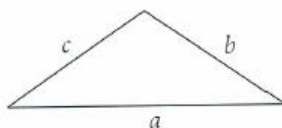
**RŮZNOSTRANNÝ (obecný) TROJÚHELNÍK** je trojúhelník, jehož žádné dvě strany nemají stejnou délku.

$$a \neq b \neq c$$



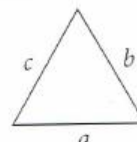
**ROVNORAMENNÝ TROJÚHELNÍK** je trojúhelník, jehož dvě strany jsou stejně dlouhé.

$$b = c$$



**ROVNOSTRANNÝ TROJÚHELNÍK** je trojúhelník, jehož všechny strany mají stejnou délku.

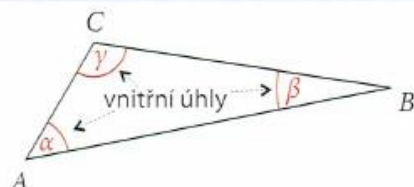
$$a = b = c$$



## ► Úhly v trojúhelníku

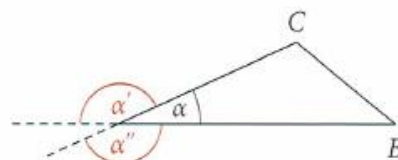
**VNITŘNÍ ÚHEL** trojúhelníku je konvexní úhel sevřený sousedními stranami trojúhelníku.

$\alpha, \beta, \gamma$



**VNĚJŠÍ ÚHEL** trojúhelníku je vedlejší úhel k vnitřnímu úhlu trojúhelníku.

$\alpha', \alpha''$



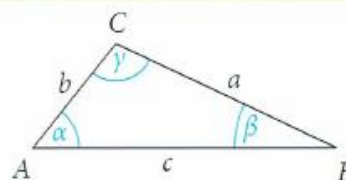
## ► Vlastnosti vnitřních a vnějších úhlů

- Každý trojúhelník má tři vnitřní úhly, z nichž jsou alespoň dva ostré.

$$\alpha < 90^\circ$$

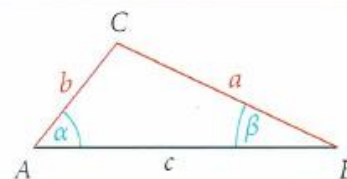
$$\beta < 90^\circ$$

$$\gamma > 90^\circ$$



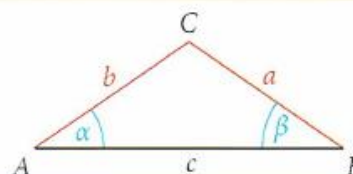
- Proti většímu vnitřnímu úhlu trojúhelníku leží větší strana trojúhelníku a proti větší straně leží větší úhel.

Je-li  $a > b$ ,  
pak  $\alpha > \beta$ .



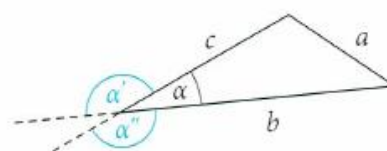
- Proti shodným stranám trojúhelníku leží shodné vnitřní úhly.

Je-li  $a = b$ ,  
pak  $\alpha = \beta$ .



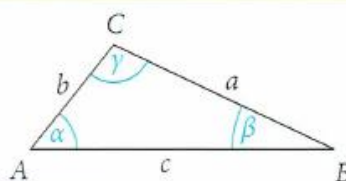
- V trojúhelníku existují ke každému vnitřnímu úhlu dva shodné vnější úhly.

$$\alpha' = \alpha''$$



- Součet všech vnitřních úhlů trojúhelníku je  $180^\circ$ .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

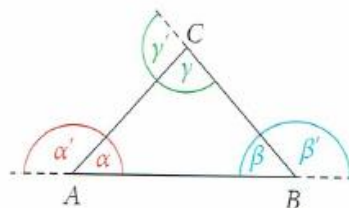


- Součet vnitřního a vnějšího úhlu při stejném vrcholu je  $180^\circ$ .

$$\alpha + \alpha' = 180^\circ$$

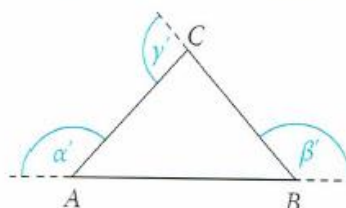
$$\beta + \beta' = 180^\circ$$

$$\gamma + \gamma' = 180^\circ$$



- Součet vnějších úhlů trojúhelníku je  $360^\circ$ .

$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360^\circ$$

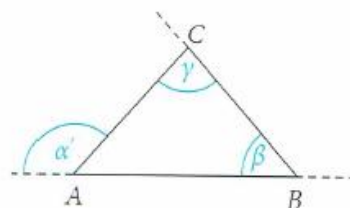


- Velikost vnějšího úhlu při libovolném vrcholu trojúhelníku je rovna součtu velikostí vnitřních úhlů při zbývajících dvou vrcholech.

$$\alpha' = \beta + \gamma$$

$$\beta' = \alpha + \gamma$$

$$\gamma' = \alpha + \beta$$



## Rozdělení trojúhelníků podle velikosti úhlů

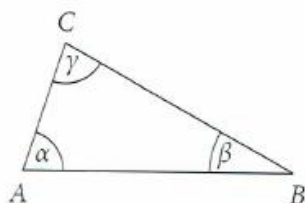
### OSTROÚHLÝ TROJÚHELNÍK

má všechny vnitřní úhly menší než  $90^\circ$ .

$$\alpha < 90^\circ$$

$$\beta < 90^\circ$$

$$\gamma < 90^\circ$$



### PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

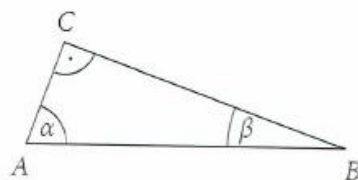
má jeden vnitřní úhel pravý (rovný  $90^\circ$ ).

$$\alpha < 90^\circ$$

$$\beta < 90^\circ$$

$$\gamma = 90^\circ$$

Trojúhelník nemůže mít více než jeden pravý úhel.



### TUPOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

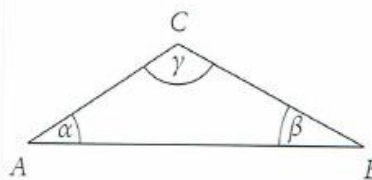
má jeden vnitřní úhel větší než  $90^\circ$ .

$$\alpha < 90^\circ$$

$$\beta < 90^\circ$$

$$\gamma > 90^\circ$$

Trojúhelník nemůže mít dva úhly tupé.



Proti tupému úhlu leží nejdelší strana trojúhelníku.